Matematicas 2 Primer Parcial TIPO C Miguel Guzman

Pregunta (1)

A.- $\displaystyle\int_0^{\sqrt[3]{\pi}} x^2 \cdot \tan\left(x^3\right) dx \rightarrow -\frac{\pi \cdot i}{3}$

Recuerde que $\displaystyle\int \tan(x)\, dx \rightarrow -\ln(\cos(x))$

$\displaystyle\int x^2 \cdot \tan\left(x^3\right) dx$ realizando u=x^3 sustitucion queda $\displaystyle\frac{1}{3} \cdot \int \tan(u)\, du \rightarrow -\frac{\ln(\cos(u))}{3}$

Y evaluando en los limites

$$I := -\left(\frac{\ln\left(\cos\left(\sqrt[3]{\pi}\right)\right)}{3} - \frac{\ln(\cos(0))}{3}\right) = \frac{-\ln\left(\cos\left(\sqrt[3]{\pi}\right)\right)}{3}$$

B.- $\displaystyle\int_0^2 \text{floor}(2x - 1)\, dx = 1$

Dada la definicion de la parte entera se tiene que:

$$\text{floor}(2x - 1) := \begin{cases} (-1) & \text{if } 0 \le x < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{if } \frac{1}{2} \le x < 1 \\ 1 & \text{if } 1 \le x < \frac{3}{2} \\ 2 & \text{if } \frac{3}{2} \le x < 2 \end{cases}$$

Por lo

$$I := \int_0^{\frac{1}{2}} -1\, dx + \int_{\frac{1}{2}}^{1} 0\, dx + \int_1^{\frac{3}{2}} 1\, dx + \int_{\frac{3}{2}}^{2} 2\, dx \rightarrow 1$$

C.- $\displaystyle\int \frac{\left(\sqrt{x} - 2\right)^3}{\sqrt{x}}\, dx \rightarrow \frac{\left(\sqrt{x} - 2\right)^4}{2}$ +C

Haciendo U=raiz(x)-2 implica du=dx/2raiz(x) por lo que la integral queda

$\displaystyle\int 2 \cdot (u)^3\, du \rightarrow \frac{u^4}{2}$ regresando el cambio queda $\displaystyle I := \frac{\left(\sqrt{x} - 2\right)^4}{2} + C$

Pregunta (2)

Sea

$$f(x) := \int_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} \cos\left(t^2\right) dt$$

Sabemos que $$f(x) := \int_0^{\sqrt{x}} \cos\left(t^2\right) dt - \int_0^{\frac{1}{x}} \cos\left(t^2\right) dt$$

Aplicando primer teorema fundamental del calculo se tiene que

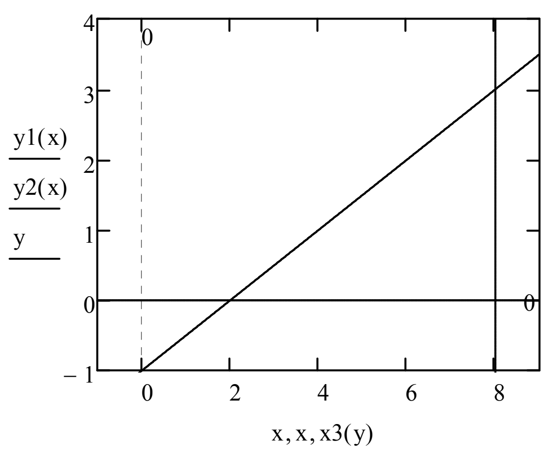
$$\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{\cos(x)}{2\cdot\sqrt{x}} + \frac{\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^2}$$

Pregunta (3)

Formando las recta que pasan por los puntos dados: A(2,0) B(8,0) C(8,3)

AB $y1(x) := \left(\frac{0-0}{8-2}\right)(x-2) \rightarrow 0$ AC $y2(x) := \left(\frac{3-0}{8-2}\right)(x-2) \rightarrow \frac{x}{2} - 1$

BC $y3(x) := \left(\frac{3-0}{8-8}\right)(x-8)$ implica $x3(y) := 8$



Se tiene

$$DeltaX(n) := \frac{8-(2)}{n} \qquad Xi(n) := \left(2 + \frac{6\cdot i}{n}\right)$$

La altura vendra $h(n) := y2(Xi(n))$

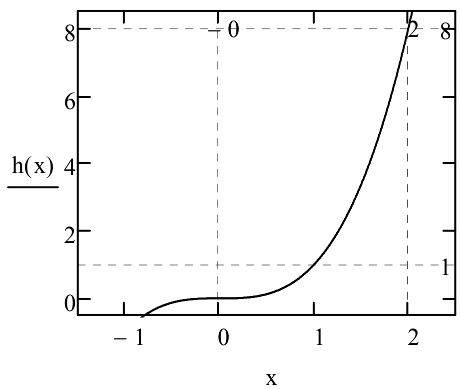
$$Area := \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} (DeltaX(n)\cdot h(n)) \rightarrow 9$$

Si resolvemos la integral $$AreaI := \int_2^8 (y2(x))\, dx \rightarrow 9$$ EXCELENTE!!!!!

Por lo que el area de la region sera 9 unidadesArea

Pregunta (4)

$$h(x) := x^3$$



El metodo mas eficiente es Disco.

$$\text{AreaDisco} := \left[\int_1^8 \pi\cdot\left[2^2 - \left(2 - \sqrt[3]{y}\right)^2\right] dy\right] \rightarrow \frac{132\cdot\pi}{5}$$

Para los curiosos, Cascarones

$$\text{AreaCascarones} := \int_0^1 2\pi\cdot(2 - x)\cdot 7\, dx + \int_1^2 2\cdot\pi\cdot(2 - x)\cdot\left(8 - x^3\right) dx \rightarrow \frac{132\cdot\pi}{5}$$